

## ÁLGEBRA CONMUTATIVA: BASES DE GROEBNER

### GUÍA DOCENTE CURSO 2013-14

<b>Titulación:</b>	Doctorado en Ingeniería Eléctrica, Matemáticas y Computación			<b>754D</b>	
<b>Asignatura:</b>	Álgebra conmutativa: bases de Groebner			<b>754308000</b>	
<b>Materia:</b>	-				
<b>Módulo:</b>	Matemáticas				
<b>Carácter:</b>	Optativas Dof	<b>Curso:</b>	0	<b>Semestre:</b>	Semestral
<b>Créditos ECTS:</b>	3,00	<b>Horas presenciales:</b>	30,00	<b>Horas estimadas de trabajo autónomo:</b>	45,00
<b>Idiomas en que se imparte la asignatura:</b>	Español				
<b>Idiomas del material de lectura o audiovisual:</b>	Inglés, Español				

#### DEPARTAMENTOS RESPONSABLES DE LA DOCENCIA

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN			<b>R111</b>
<b>Dirección:</b>	C/ Luis de Ulloa, s/n	<b>Código postal:</b>	26004
<b>Localidad:</b>	Logroño	<b>Provincia:</b>	La Rioja
<b>Teléfono:</b>	941299452	<b>Fax:</b>	941299460
<b>Correo electrónico:</b>			

#### PROFESORADO PREVISTO

<b>Profesor responsable de la asignatura:</b>	Benito Clavijo, María Del Pilar		
<b>Teléfono:</b>	941299457	<b>Correo electrónico:</b>	<a href="mailto:pilar.benito@unirioja.es">pilar.benito@unirioja.es</a>
<b>Despacho:</b>	211	<b>Edificio:</b>	Edificio Vives
<b>Horario de tutorías:</b>			

#### DESCRIPCIÓN DE LOS CONTENIDOS

- Teoría de bases de Groebner.
- La teoría de eliminación.
- El teorema de los ceros de Hilbert, la clausura de Zariski y la descomposición primaria.
- Aplicaciones a robótica y automática.
- Otras aplicaciones a ingeniería eléctrica e informática.

No se necesitan requisitos previos de otras asignaturas de estos estudios

#### Relación de asignaturas que proporcionan los conocimientos y competencias requeridos

#### CONTEXTO

Esta asignatura trata sobre la resolución de sistemas de ecuaciones polinómicas y sus aplicaciones. La teoría necesaria para abordar este problema resulta muy formativa dentro de un programa donde también se busca ampliar conocimientos de matemáticas. Pero, hay que decir, que los sistemas de ecuaciones polinómicas pueden surgir en muy diversos contextos, y por ejemplo también en informática (diseño asistido por ordenador) e ingeniería (robótica). En el curso se trata de conocer estas y otras aplicaciones, y por este motivo creemos que su inclusión resulta adecuada en un programa interdisciplinar de matemáticas, computación e ingeniería.

#### COMPETENCIAS

##### Competencias generales

- Los alumnos serán capaces de manejar los conceptos, resultados y técnicas de las asignaturas que hayan cursado en este Módulo, así como de desarrollar técnicas apropiadas similares basadas en ese conocimiento.
- Los estudiantes serán capaces de aplicar las técnicas analizadas en el Módulo a la resolución de problemas que surjan de la modelización de situaciones que puedan presentarse en diversos ámbitos científicos y tecnológicos. Asimismo, serán capaces, en su caso, de contrastar las soluciones obtenidas con los datos empíricos.
- Los estudiantes sabrán manejar de forma eficiente y elegir las herramientas y técnicas matemáticas e informáticas utilizadas en las diversas asignaturas cursadas en este Módulo y determinar su aplicación más adecuada a casos novedosos que se puedan plantear.
- Los alumnos serán capaces de razonar con abstracción, síntesis, intuición y sentido crítico para el quehacer científico-técnico profesional o investigador.
- Los alumnos serán capaces de documentar, realizar, presentar y comunicar un Trabajo de investigación en el que se utilicen

algunas de las técnicas desarrolladas en el Módulo.

### Competencias específicas

### RESULTADOS DEL APRENDIZAJE

- Conocer la relación entre los sistemas de ecuaciones polinómicas (y saber que estos problemas aparecen en el cálculo de máximos y mínimos condicionados en problemas de economía e ingeniería, también en el diseño asistido por ordenador y en robótica), la geometría de las variedades algebraicas afines y los ideales de los anillos de polinomios en varias variables.
- Saber usar el método de las bases de Groebner para resolver problemas de ideales de anillos de polinomios (y por tanto de sistemas de ecuaciones polinómicas y variedades algebraicas afines). Conocer el algoritmo de Buchberger para saber si una base es de Groebner, y el algoritmo de cálculo de una base de Groebner de un ideal. Ver cómo se hace este cálculo y otros relacionados con un programa informático (por ejemplo Mathematica, Maple, u otros). Observar la utilidad del Teorema de la base de Hilbert en la obtención de los resultados.
- Comprender que las bases de Groebner son una generalización del Método de Gauss de resolución de ecuaciones lineales, y que producen un escalonamiento de los sistemas, reduciendo el número de variables desde la primera a la última ecuación. Ver que con bases de Groebner se resuelve el problema de implicación que permite a partir de una descripción paramétrica de puntos en el espacio afín mediante funciones racionales, obtener dichos puntos como solución de un sistema de ecuaciones polinómicas. Observar la utilidad del Teorema de los ceros de Hilbert, la Clausura de Zariski, los conceptos de ideal radical de uno dado y la descomposición primaria de ideales en la obtención de los resultados.
- Saber aplicar lo obtenido a problemas de Robótica e Ingeniería Eléctrica e Informática.

### TEMARIO

1. Introducción: Polinomios, espacio afín, variedades afines, parametrización de variedades afines, ideales, aplicaciones.
2. Bases de Groebner: Órdenes monomiales, algoritmo de la división en varias variables, ideales monomiales,  $T^a$  de la base de Hilbert, criterio y algoritmo de Buchberger, aplicaciones de las bases de Groebner.
3. La Teoría de la Eliminación: Los Teoremas de Extensión y Eliminación, implicación, puntos singulares y envolventes, resultantes.
4. Herramientas de álgebra y geometría: El Teorema de los ceros de Hilbert, ideales radicales, la correspondencia entre ideales y variedades, la clausura de Zariski, variedades irreducibles e ideales primos, descomposición de una variedad en irreducibles.
5. Aplicaciones a robótica, control informático de robots e ingeniería: El problema cinemático directo e inverso.

### BIBLIOGRAFÍA

Tipo:	Título
Básica	An Introduction to Groebner Bases W. W. Adams, P. Loustaunau <a href="#">Absys Biba</a>
Básica	An introduction to Groebner Bases R. Fröberg <a href="#">Absys Biba</a>
Básica	Groebner Bases: a computational approach to commutative algebra T. Becker, V. Weispfenning <a href="#">Absys Biba</a>
Básica	Ideals, Varieties, and Algorithms. An introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra D. Cox, J. Little, D. O'Shea <a href="#">Absys Biba</a>

### Recursos en Internet

### METODOLOGÍA

#### Modalidades organizativas

- Clases teóricas
- Seminarios y talleres
- Clases prácticas
- Tutorías
- Estudio y trabajo en grupo
- Estudio y trabajo autónomo individual

#### Métodos de enseñanza

- Método expositivo - Lección magistral
- Estudio de casos
- Resolución de ejercicios y problemas

### ORGANIZACIÓN

Actividades presenciales	Tamaño de grupo	Horas



Clases prácticas de aula	Reducido	9,00
Clases prácticas de laboratorio o aula informática	Informática	1,00
Clases teóricas	Grande	20,00
<b>Total de horas presenciales</b>		<b>30,00</b>
<b>Trabajo autónomo del estudiante</b>		<b>Horas</b>
Preparación de las prácticas y elaboración de cuaderno de prácticas		5,00
Estudio autónomo individual o en grupo		30,00
Resolución individual de ejercicios, cuestiones u otros trabajos, actividades en biblioteca o similar		10,00
<b>Total de horas de trabajo autónomo</b>		<b>45,00</b>
<b>Total de horas</b>		<b>75,00</b>

## EVALUACIÓN

Sistemas de evaluación	%	¿Recuperable?
Portafolio	100	No
<b>Total</b>	<b>100%</b>	

### Comentarios

*Para los estudiantes a tiempo parcial (reconocidos como tales por la Universidad), las actividades de evaluación no recuperable podrán ser sustituidas por otras, a especificar en cada caso. Esta posibilidad se habilitará siempre y cuando la causa que le impida la realización de la actividad de evaluación programada sea la que ha llevado al reconocimiento de la dedicación a tiempo parcial*

### Criterios críticos para superar la asignatura

Obtener una calificación igual o superior a 5 (sobre 10) en el portafolios