

## GEOMETRÍAS NO EUCLÍDEAS GUÍA DOCENTE CURSO 2014-15

<b>Titulación:</b>	Grado en Matemáticas			<b>701G</b>	
<b>Asignatura:</b>	Geometrías no euclídeas			<b>420</b>	
<b>Materia:</b>	Geometría				
<b>Módulo:</b>	Optativas				
<b>Carácter:</b>	Optativa	<b>Curso:</b>	4	<b>Duración:</b>	Semestral
<b>Créditos ECTS:</b>	6,00	<b>Horas presenciales:</b>	60,00	<b>Horas estimadas de trabajo autónomo:</b>	90,00
<b>Idiomas en que se imparte la asignatura:</b>	Inglés, Español				
<b>Idiomas del material de lectura o audiovisual:</b>	Inglés, Francés, Español				

### DEPARTAMENTOS RESPONSABLES DE LA DOCENCIA

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN			<b>R111</b>
<b>Dirección:</b>	C/ Luis de Ulloa, s/n	<b>Código postal:</b>	26004
<b>Localidad:</b>	Logroño	<b>Provincia:</b>	La Rioja
<b>Teléfono:</b>	941299452	<b>Fax:</b>	941299460
<b>Correo electrónico:</b>			

### PROFESORADO PREVISTO

<b>Profesor:</b>	Hernández Paricio, Luis Javier	<b>Responsable de la asignatura</b>	
<b>Teléfono:</b>	941299468	<b>Correo electrónico:</b>	luis-javier.hernandez@unirioja.es
<b>Despacho:</b>	221	<b>Edificio:</b>	EDIFICIO VIVES
<b>Tutorías:</b>	<a href="#">Consultar</a>		

### DESCRIPCIÓN DE LOS CONTENIDOS

- I.- EL DESCUBRIMIENTO DE LAS GEOMETRÍAS NO EUCLÍDEAS
- II.- PLANO EUCLÍDEO Y SU AMPLIACIÓN PROYECTIVA
- III.- PLANO INVERSIVO. AMPLIACIÓN DEL PLANO EUCLÍDEO POR UN PUNTO
- IV.- PLANO PROYECTIVO Y SECCIONES CÓNICAS
- V.- FUNDAMENTACIÓN AXIOMÁTICA PARA LA GEOMETRÍA PLANA
- VI.- EL PLANO HIPERBÓLICO
- VII.- LA ESFERA DE RADIO IMAGINARIO

### REQUISITOS PREVIOS DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS PARA PODER CURSAR CON ÉXITO LA ASIGNATURA

#### Recomendados para poder superar la asignatura.

Se aconseja que el alumno tenga conocimientos básicos sobre:

- Lógica (competencia en deducción).
- Matemática discreta (competencia en el manejo de conjuntos, operaciones y aplicaciones entre ellos).
- Geometría afín y euclídea (competencia suficiente en el manejo de técnicas matemáticas para describir nociones como paralelismo y medida de segmentos y ángulos).

#### Asignaturas que proporcionan los conocimientos y competencias:

- Geometría afín y euclídea
- Lógica
- Matemática discreta

### CONTEXTO

En esta asignatura se trata de completar el estudio de la geometría realizado por los alumnos en cursos anteriores, ofreciendo ahora una visión más amplia que introduce geometrías planas no euclídeas como la hiperbólica y la proyectiva, analizando algunas relaciones entre éstas y la geometría euclídea.

### COMPETENCIAS

#### Competencias generales

CG 1. Comprender el lenguaje matemático, enunciados y demostraciones, identificando razonamientos incorrectos, y utilizarlo en diversos problemas y aplicaciones.

CG 2. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este

objeto en diferentes contextos.

CG 3. Disponer de una perspectiva histórica del desarrollo de la Matemática y conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos.

CG 4. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir el conocimiento matemático adquirido.

CG 5. Saber abstraer las propiedades estructurales de objetos matemáticos y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos.

CG 8. Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.

### Competencias específicas

CE 1. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

CE 3. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

CE 4. Encontrar soluciones algorítmicas de problemas matemáticos y de aplicación (de ámbito académico, técnico, financiero o social), sabiendo comparar distintas alternativas, según criterios de adecuación, complejidad y coste.

### RESULTADOS DEL APRENDIZAJE

- Conocerá sistemas axiomáticos para la geometría y sus propiedades
- Manejará con habilidad el plano y espacio proyectivos reales y los teoremas clásicos sobre sus elementos
- Conocerá las transformaciones proyectivas como herramientas para la resolución de problemas de incidencia, paralelismo, cónicas, etc.
- Manejará el plano inversivo de Gauss y transformaciones como la inversión para la resolución de problemas geométricos
- Conocerá las propiedades comunes de las geometrías elíptica, parabólica e hiperbólica
- Aprenderá el papel fundamental del axioma de las paralelas (o equivalentes) como punto de bifurcación entre la geometría euclídea e hiperbólica
- Conocerá la construcción de los números reales a partir de los axiomas geométricos.
- Entenderá los orígenes geométricos de la teoría de la medida y del concepto del límite.
- Conocerá la descripción de la función exponencial como consecuencia de los axiomas geométricos
- Manejará los elementos básicos de las trigonometrías euclídea, hiperbólica y esférica
- Conocerá los modelos de Klein y Poincaré para la geometría hiperbólica
- Habrá adquirido una visión histórica de las matemáticas y las relaciones entre geometría y otras disciplinas como álgebra, análisis matemático, topología, teoría de números, lógica, etc
- Adquirirá una formación básica pero muy sólida para poder abordar posteriores retos de formación matemática: Los conocimientos y técnicas adquiridos son pilares fundamentales para posteriores estudios en Geometría Algebraica, Geometría Riemanniana, Superficies de Riemann, Topología Algebraica, Topología Geométrica y otras teorías geométrico-topológicas no incluidas en los estudios de Grado en Matemáticas de la Universidad de La Rioja

### TEMARIO

En esta materia se dará un visión panorámica básica de las diferentes geometrías planas no euclídeas, dejando al alumno el desarrollo de algunos de los aspectos que se detallan en el programa.

#### CAPÍTULO I.- EL DESCUBRIMIENTO DE LAS GEOMETRÍAS NO EUCLÍDEAS

- 1.1.- Los Elementos de Euclides
- 1.2.- Historia del Postulado de las Paralelas
- 1.3.- Descubrimiento de las geometrías no euclídeas

#### CAPÍTULO II.- PLANO EUCLÍDEO Y SU AMPLIACIÓN PROYECTIVA

- 2.1.- Puntos ideales y recta del infinito para la compleción proyectiva del plano euclídeo
- 2.2.- Razón simple y razón doble. Cuaternas armónicas.
- 2.3.- Teoremas clásicos de Menelao, de Ceva, de Desargues y del Hexagrama místico de Pascal
- 2.4.- Transformaciones del plano euclídeo. Traslaciones, rotaciones, simetrías y homotecias

#### CAPÍTULO III.- PLANO INVERSIVO. AMPLIACIÓN DEL PLANO EUCLÍDEO POR UN PUNTO

- 3.1.- El plano inversivo de Gauss
- 3.2.- Circunferencias. Ortogonalidad. Potencia de un punto respecto a una circunferencia. Haces de circunferencias y eje radical
- 3.3.- Transformaciones del plano inversivo. La inversión
- 3.4.- Aplicaciones de la inversión. Teoremas de Tolomeo, Antiguo de Pappus y de Feuerbach

#### CAPÍTULO IV.- PLANO PROYECTIVO Y SECCIONES CÓNICAS

- 4.1.- Homografías. Alineaciones y haces homográficos
- 4.2.- Polos y polares respecto a una circunferencia. Puntos o rectas conjugados
- 4.3.- El principio de dualidad. Teoremas de Brianchon y de la Mariposa
- 4.4.- Perspectividades y proyectividades

4.5.- Secciones cónicas. Cónicas propias: elipse, parábola, hipérbola. Polos y polares respecto a una cónica. Teoremas generales de Brianchon, de la Mariposa, de Pascal y de Chasles.

4.6.- El Teorema de Chasles-Steiner para la caracterización de cónicas propias

#### **CAPÍTULO V.- FUNDAMENTACIÓN AXIOMÁTICA PARA LA GEOMETRÍA PLANA**

5.1.- Sistemas axiomáticos. Modelos. Axiomas de Hilbert

5.2.- Axiomas de incidencia. Propiedades de paralelismo: Elíptico, Parabólico o Euclídeo, e Hiperbólico. Planos afines y planos proyectivos. Relación entre ellos y modelos

5.3.- Axiomas de orden, congruencia y continuidad. Geometría neutral. Puntos medios y bisectrices. Medidas de segmentos y ángulos. Cuadriláteros de Saccheri y Lambert. Suma de los ángulos de un tirángulo

5.4.- El axioma de las paralelas: Geometría euclídea y geometría hiperbólica

#### **CAPÍTULO VI.- EL PLANO HIPERBÓLICO**

6.1.- Exploradores y descubridores de la geometría hiperbólica. Gauss, Bolyai y Lobachevski

6.2.- Nociones y propiedades hiperbólicas básicas. Rayos paralelos límites. Ángulo de paralelismo. Congruencia de triángulos. Defecto y área de un tirángulo

6.3.- Modelos euclídeos para la geometría hiperbólica: Disco y semiplano de Poincaré y disco de Beltrami-Klein. Isomorfismos entre modelos. La pseudoesfera

#### **CAPÍTULO VII.- LA ESFERA DE RADIO IMAGINARIO**

7.1.- La geometría de la esfera imaginaria

7.2.- Las geometrías elíptica, euclídea e hiperbólica

7.3.- Trigonometrías euclídea y no euclídeas

#### **BIBLIOGRAFÍA**

Tipo:	Título
Básica	M.J. Greenberg, "Euclidean and non-euclidean geometries", Freeman 1974. <a href="#">Absys Biba</a>
Básica	D. Hilbert (Introd. de J.M. Sánchez Ron), "Fundamentos de la Geometría", Tex. Univ. 5. C.S.I.C. 1996 <a href="#">Absys Biba</a>
Básica	H. Eves, "Estudio de las Geometrías I, II", UTEHA, 1969. <a href="#">Absys Biba</a>
Básica	H.S. M. Coxeter, "Fundamentos de Geometría", De Limusa-Wiley, Mexico, 1971. <a href="#">Absys Biba</a>
Básica	R. Bonola, "Non-euclidean Geometry", Dover Publications, Inc., New York, 1955. <a href="#">Absys Biba</a>
Recursos en Internet	

#### **METODOLOGÍA**

##### **Modalidades organizativas**

Clases teóricas  
 Seminarios y talleres  
 Clases prácticas  
 Prácticas externas  
 Tutorías  
 Estudio y trabajo en grupo  
 Estudio y trabajo autónomo individual

##### **Métodos de enseñanza**

Método expositivo - Lección magistral  
 Estudio de casos  
 Resolución de ejercicios y problemas

#### **ORGANIZACIÓN**

Actividades presenciales	Tamaño de grupo	Horas
Clases prácticas de aula	Reducido	15,00
Clases teóricas	Grande	40,00
Otras actividades	Reducido	5,00
<b>Total de horas presenciales</b>		<b>60,00</b>
Trabajo autónomo del estudiante		Horas
Estudio autónomo individual o en grupo		40,00
Otras actividades		8,00
Preparación en grupo de trabajos, presentaciones (orales, debates, ...), actividades en biblioteca o similar		10,00
Resolución individual de ejercicios, cuestiones u otros trabajos, actividades en biblioteca o similar		32,00



Total de horas de trabajo autónomo	90,00
Total de horas	150,00

### EVALUACIÓN

Sistemas de evaluación	Recuperable	No Recup.
Pruebas escritas	90%	
Técnicas de observación		10%
<b>Total</b>	100%	

### Comentarios

La evaluación continua (20%) se realizará mediante técnicas de observación (10%) y los sistemas de evaluación de pruebas escritas (10%).

El material didáctico se encontrará disponible en el aula virtual para todos los alumnos matriculados en esta asignatura.

*Para los estudiantes a tiempo parcial (reconocidos como tales por la Universidad), las actividades de evaluación no recuperable podrán ser sustituidas por otras, a especificar en cada caso. Esta posibilidad se habilitará siempre y cuando la causa que le impida la realización de la actividad de evaluación programada sea la que ha llevado al reconocimiento de la dedicación a tiempo parcial.*

### Criterios críticos para superar la asignatura

Para superar la asignatura la calificación final debe ser superior o igual a 5